

文章编号:1005-3085(2010)02-0191-03

## “流体计算”前言

流体计算是当代计算数学、流体力学和计算机科学相结合的产物,是一门具有强大生命力的边缘科学。它以电子计算机为工具,应用各种离散化的数学方法,对流体力学领域的各类问题进行数值实验、计算机模拟和分析研究,以期解决各种复杂的工程实际问题。为推动计算数学与应用数学理论、方法的研究,活跃学术气氛,繁荣我国流体计算的学术研究,最大限度地发挥数学理论方法在解决流体计算以及其它学科、各种工程与实际应用领域中的问题的作用,本刊特组建该期有关流体计算的专辑。

本专辑共收录来稿8篇,可分为3种类型:类型I是关于有较强应用背景的数值算法研究的,有3篇文章,详见前3篇文章;类型II主要是关于数值模拟计算的,有3篇文章,详见第4至第6篇文章;类型III是关于数值分析和数值计算的,有2篇文章,详见第7和第8篇文章。

在类型I的第1篇文章中,王晓东等考虑了采用基于Doi理论的微-宏观双尺度模型,研究了液晶聚合物在均匀剪切流场中的微观结构。为保证模拟结果的可靠性,在模型求解中率先使用了高精度、高稳定性的无网格方法,并通过对均匀流场中均质液晶聚合物系统的数值模拟,验证了该方法的有效性。文中着重研究了 $De$ 数对平板Couette流中液晶聚合物微观结构的影响。模拟得到了液晶聚合物分子四种典型的微观运动结构,即弹性稳态、周期翻转、周期摆动和随流取向。定量分析了 $De$ 数对两种周期运动的影响,预测了各种结构下分子的有序程度和可能出现的缺陷,并通过对取向角的详细分析,发现了两种边界层效应。

在类型I的第2篇文章中,李娟娟、许传炬考虑了描述在离子浓度梯度 $\nabla C$ 及电场 $\nabla V$ 共同存在的情况下,穿过渗透膜的离子(如钙,钾,钠,氯,镁等离子)流 $J$ 的Nernst-Planck方程。然而,计算Nernst-Planck方程的数值解会遇到一些困难。首先,由于Nernst-Planck方程是多维的,那么对其数值求解比较费时。其次,在实际问题中边界值是未知的,要确定合理的边界条件并不简单。目前已有一些关于整数阶Nernst-Planck方程数值计算的研究工作,提出了时间方向用一阶差分、空间方向用中心差分对Nernst-Planck方程进行离散,用有限差分/有限元法求解扩展的Poisson-Nernst-Planck方程。但是分数阶方程的求解与整数阶相比具有本质的不同。该文考虑用以描述神经细胞中离子反常扩散现象的电缆型简化的分数阶Nernst-Planck方程,提出一个时间有限差分/空间谱元法对该方程进行数值求解。作者给出了数值方法的详细构造过程以及实现方法。数值结果表明数值解在空间方向上具有指数阶收敛精度,在时间方向上具有 $2-\alpha$ 阶精度。最后,通过计算一个具有实际背景参数的问题说明所提方法的潜在应用。

新型飞行器的气动设计和研制要求对具有分离、旋涡、激波/附面层干扰等复杂流动特性的气动问题采用雷诺平均Navier-Stokes(RANS)方程,求解这类方程往往要求计算达到千万网格点的规模。对于这种大规模高精度的流体力学计算问题,人们常利用高性能计算机进行并行计算以提高计算速度。并行计算作为CFD研究的一个主要方向,得到了国内外研究人员的广泛重视和快速发展。在类型I的第3篇文章中,郑秋亚等讨论了基于连续拼接多块结构化网格,通过求解雷诺平均Navier-Stokes方程研究并行计算中的负载平衡问题。利用组合优化中的排

序理论设计负载平衡算法,实现了网格数据的自动划分和各处理机上计算任务的自动分配。在 workstation 集群 MPI 并行环境下,通过实例考察了负载平衡算法和并行计算的性能,16 处理机上的负载均方差和负载相对均方差分别为 0.0084 和 0.1347%,并行计算结果和实验数据吻合良好,并行效率高。该文算法具有良好的可扩展性,适用于 MIMD 结构计算机上基于多块结构化网格并行计算中的负载平衡问题。

在类型 II 的第 1 篇文章中,王坪、田振夫建立了一种基于投影法的求解不可压缩 Navier-Stokes (N-S) 方程的高精度紧致差分格式。该方法时间上采用 Kim 和 Moin 二阶投影法离散、空间上采用高精度紧致格式离散,并提出了一种新的离散压力边界的紧致格式,同时对计算结果进行分析以验证该投影法精度和格式稳定性。文中的 Taylor 涡列数值计算结果表明, Kim 和 Moin 投影法能使得压力场和速度场均达到时间二阶精度,且高精度紧致格式投影法也具有空间高阶精度。驱动方腔数值模拟结果显示,该文对 N-S 方程的离散格式具有很好的可靠性,适用于对复杂流体流动的小尺度问题的数值模拟和研究。

在类型 II 的第 2 篇文章中,尚月强、何银年基于完全重叠型区域分解技巧,提出了一种求解非定常 Stokes 方程的有限元并行算法。该算法的基本思想是首先对空间施行完全重叠型区域分解,然后各个处理器使用向后 Euler 格式独立并行求解关于时间的常微分方程;在整个关于时间的迭代过程中,无需处理器间的通信,具有良好的并行性能。该算法中每个处理器所负责的子问题是一个全局问题,它定义在整个求解区域上,但绝大部分自由度来自其所负责的子区域,从而使得该算法稍加修改现有的串行程序即可实现相应的并行计算,实现简单,具有重要的使用价值。同时通过数值算例,在曙光集群并行机上编程实现了上述算法,验证了其有效性。

在类型 II 的第 3 篇文章中,段献葆、秦新强将经典的形状灵敏度分析方法与一种改进的水平集方法相结合,给出了 Navier-Stokes 问题形状优化的一种新方法。该算法是在固定的 Euler 网格上进行计算且在优化过程中不需要对水平集函数进行重新初始化,从而可以有效地节省计算时间。数值算例说明该算法是稳定、高效的。

在类型 III 的第 1 篇文章中,王爱文等针对低阶协调有限元对  $Q_1 - P_0$ ,  $P_1 - P_0$ , 对二维定常不可压缩 Navier-Stokes 方程,提出了建立在局部压力投影上的一类稳定化有限元方法。对于稳定化有限元逼近解  $(u_h, p_h)$ ,得到了该方法的最优误差估计。并做了若干数值实验,表明了该方法有很好的稳定性和收敛性。

在类型 III 的第 2 篇文章中,穆保英等基于变分多尺度方法考虑了非定常 Navier-Stokes 方程的一种稳定化方法,并利用一个与实际误差等价的后验误差估计子,结合自适应算法,得到了非定常 Navier-Stokes 方程的自适应变分多尺度稳定化方法。证明了该方法的稳定性及后验整体误差与先验误差的等价性。该方法简单、直观,且易于程序实现。最后作者给出了经典的方腔流数值算例,验证了该方法的有效性。

描述流体运动规律的偏微分方程是一种典型的非线性发展方程,由于人们对非线性现象本质的认识有限,因而数值模拟就成为一种十分重要的研究手段。但直接数值模拟流体运动一个很大的困难就是巨大的解题规模、长时间积分运算与有限计算资源及算法稳定性之间的矛盾,因此,构造和研究具有良好性能的流体计算方法就显得尤为重要。这次出版流体计算专辑是我们推动流体计算发展的初步尝试,今后我们将会继续关注国内流体计算的发展,收集和出版更新的流体计算研究成果,以便引起更多的有关科研人员关注流体计算的建设、发展和提高。

何银年

2010年2月于西安交通大学

## 附：特邀编辑简介

何银年：男，1953年7月出生，西安交通大学三级教授，博士生导师，享受政府特殊津贴专家，新疆大学“天山学者”讲座教授。1982年1月毕业于陕西师范大学数学系，获学士学位；1986年3月毕业于西安交通大学数学系，获理学硕士学位；1992年12月毕业于西安交通大学能源系，获工学博士学位。博士毕业后一直在西安交通大学理学院从事教学和科研工作。现担任陕西省计算数学学会理事长、陕西省数学学会常务理事、中国计算数学学会常务理事，是两种国际期刊《Advances in Numerical Analysis》和《Advances in Applied Mathematics and Mechanics》，以及三种国内杂志《数值计算与计算机应用》、《计算物理》和《高校计算数学学报》的编委。曾应邀赴荷兰、美国、加拿大、香港等地多所大学进行学术交流。2004年6月在第四届中-瑞计算数学国际会议作邀请报告；2008年8月在中-日-韩三边计算数学国际会议作邀请报告。已主持国家自然科学基金项目4项，作为骨干和课题副组长分别参加了973、863计划项目各1项。研究成果获国家自然科学基金二等奖1项，省部级自然科学和科学技术一、二等奖共3项。何教授现已在国内外顶级杂志，如《Numer Math》，《Math Comp》，《Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.》，《SIAM J Numer Anal》，《IMA J. Numer. Anal》等发表学术论文123篇，其中被SCI收录87篇，被SCI文章他引92篇次。

近年来，何教授在与流体计算相关的研究领域所取得的主要学术成就包括：

1) 提出了求解粘性不可压缩流体运动问题的时-空两层或多层算法(包括有限元方法和谱方法)，采用时-空两层或多层算法求解非定常粘性不可压缩流体运动时，在时-空粗网格上求解非线性Navier-Stokes(N-S)方程，在时-空细网格上求解线性化N-S方程(Stokes方程)，当时-空粗细网格尺度保持某种匹配关系时，所得结果与在时-空细网格上求解非线性N-S方程时具有同样的收敛速度和相同的稳定性，这样一来对于求解长时间发展的N-S方程，具有节约计算量的优点，其中空间离散可以用有限元方法或谱方法。此外，我们将两层有限元方法成功应用到了求解定常的粘性不可压缩流体运动。

2) 将求解定常线性Stokes问题的稳定化有限元方法应用到研究定常和非定常非线性Navier-Stokes(N-S)方程，探讨了方法的稳定性，收敛性和数值计算等一系列问题。

3) 研究了求解非定常N-S方程的全离散加罚有限元方法的稳定性和收敛性，得到了最优的依赖于时间步长和网格尺度的误差估计。

4) 以往的数值分析研究表明求解非定常N-S方程的一阶和高阶隐/显式格式，要求有稳定性条件才能保证解的稳定性和收敛性，即要求时间离散步长选取依赖于网格离散尺度 $h$ ，这样使得在每个时间步计算时，只能取小的时间步长。通过重新分析现有格式的稳定性 and 收敛性，得出了对于光滑的初始数据，求解非定常N-S方程的隐/显式格式是几乎无条件稳定和收敛的，从而保证了求解非定常问题可以采取大时间步长，加快计算速度，具有节约计算量的优点，这对于研究N-S方程解的长时间行为有非常重要的意义。

何教授重要文章参考目录：

- [1] He Y N. The Euler implicit/explicit scheme for the 2D time-dependent Navier-Stokes equations with smooth or non-smooth initial data[J]. Math Comp, 2008, 77(264): 2097-2124
- [2] He Y N, Sun W W. Stability and convergence of the Crank-Nicolson/Adams-Bashforth scheme for the Time-Dependent Navier-Stokes Equations[J]. SIAM J Numer Anal, 2007, 45(2): 837-869
- [3] He Y N. Optimal error estimate of the penalty finite element method for the time-dependent Navier-Stokes problem[J]. Mathematics of Computation, 2005, 74(251): 1201-1216
- [4] He Y N. Two-level method based on finite element and Crank-Nicolson extrapolation for the time-dependent Navier-Stokes equations[J]. SIAM J Numer Anal, 2003, 41(4): 1263-1285
- [5] He Y N. Fully discrete stabilized finite element method for the time-dependent Navier-Stokes equations[J]. SIAM J Numer Anal, 2003, 23(4): 1-27